

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURAM EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

**JOSÉ DE CALDAS LEMOS NETO**

**UMA ANÁLISE DA HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DO 2º GRAU  
NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Itaporanga – PB

2011

**JOSÉ DE CALDAS LEMOS NETO**

**UMA ANÁLISE DA HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DO 2º GRAU  
NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática a Distância da Universidade Federal da  
Paraíba como requisito parcial para obtenção do  
título de licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Cibelle de Fátima Castro  
Assis

Itaporanga – PB

2011

Catálogo na publicação  
Universidade Federal da Paraíba  
Biblioteca Setorial do CCEN

L558u Lemos Neto, José de Caldas.  
Uma análise histórica das equações do 2º Grau nos livros didáticos  
/ José de Caldas Lemos Neto. -- Itabaiana, 2011.  
44f. : il. -  
  
Monografia (Licenciatura em Matemática à Distância) –  
UFPB/CCEN.  
Orientador: Cibelle de Fátima Castro Assis.  
Inclui referências.  
  
1. Matemática - Ensino. 2. Equações do 2º Grau - Ensino.  
3. Matemática - Ensino fundamental. I. Título.

BS/CCEN

CDU: 51(043.2)

**JOSÉ DE CALDAS LEMOS NETO**

**UMA ANÁLISE DA HISTÓRIA DAS EQUAÇÕES DO 2º GRAU  
NOS LIVROS DIDÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão Examinadora do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dra. Cibelle de Fátima Castro Assis (membro interno)

**Aprovado em:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof<sup>a</sup>. Dra. Cibelle de Fátima Castro Assis (orientadora)

---

Prof<sup>a</sup>. Ms. Severina Andréa Dantas de Farias

---

Prof<sup>o</sup>. Ms. Jamilson Ramos Campos

Dedico este trabalho a toda minha família por todo apoio que me deram durante todo esse período.

Aos meus pais, aos colegas pela nossa união.

## AGRADECIMENTOS

Antes de tudo gostaria de agradecer a **Deus**, porque a ele tudo pertence e se estou aqui neste momento é porque ele permitiu;

Aos **meus pais** pelo apoio moral e pelo carinho;

A **minha família**, pela compreensão e pelo carinho nas horas mais difíceis;

A **minha orientadora**, Prof<sup>a</sup>. Dra. Cibelle de Fátima Castro Assis, pelo apoio, estímulo, colaboração e por sua compreensão para comigo;

Aos **colegas**, pelas trocas de experiências, pelos incentivos nos momentos difíceis, por todos esses momentos de troca de conhecimento e de alegrias.

**A mente que se abre a uma nova ideia  
jamais voltará ao seu tamanho original.**

**Albert Einstein**

## RESUMO

O presente trabalho analisa o enfoque da história das Equações do 2º grau nos livros didáticos adotados pelos professores do município de Itaporanga na Paraíba. Como fonte de dados utilizou-se obras da literatura em Educação Matemática escolar que apresentam propostas sobre a importância matemática da história na construção do conhecimento e livros didáticos de matemática do 9º ano. Considerou-se também como fonte de pesquisa todo o material referente ao conteúdo disponibilizado durante o curso de Licenciatura em Matemática a Distância além de documentos oficiais a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 5ª a 8ª séries. Podemos afirmar que as propostas de trabalho com a história deste conteúdo está presente nas obras mais recentes a exemplo dos livros “Tudo é Matemática” da autoria de Dante (2008), “Matemática” da autoria de Edwaldo Bianchini (1996) e “Nova Matemática na Medida Certa” da autora Centurión (2003). Nas obras mais antigas como “A Conquista da Matemática” de Giovanni e Castrucci (1995) e “Praticando Matemática” de Andrini (1998) a história não aparece, evidenciando que a proposta de contextualizar historicamente é uma proposta que vem sendo contemplada apenas recentemente. Essa abordagem tem sua importância considerando a atual situação do ensino da Matemática que é descontextualizado fazendo-se necessário um trabalho dinâmico e adequado ao ensino desse conteúdo no Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** Matemática. História. Equação do 2º grau.



## ABSTRACT

This study analyzes the focus of the history of equations of the second degree in high school textbooks adopted by teachers of the city of Itaporanga in Paraíba. The data source we used consists of literature in mathematics education who present proposals on the importance of history in constructing mathematical knowledge and mathematics textbooks in 9th grade. It was also considered as a source of research material relating to any content made available during the course “Licenciatura em Matemática a Distância” as well as official documents like the National Curriculum Mathematics 5th to 8th grades. We can say that the proposed work with the story of this content is present in more recent works like the book "Everything is mathematics" written by Dante (2008), "Mathematics" written by Edwaldo Bianchini (1996) and "New Math Measure One" author's Centurion (2003). In earlier works as "The Conquest of Mathematics" and Castruccio Giovanni (1995) and "mathematical practice" of Andrin (1998) the story does not appear, indicating that the proposal to contextualize historically is a proposal that has been addressed only recently. This approach was also important considering the current state of mathematics education that is decontextualized by making a dynamic work necessary and appropriate to the teaching of content in elementary school.

Keywords: Mathematics. History. Equation of the second degree.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Quadrado de área $x^2$ .....	28
Figura 2. Retângulo de lados 10 e $x$ .....	28
Figura 3. Retângulo dividido em partes iguais.....	28
Figura 4. União do quadrado com os retângulos.....	29
Figura 5. Quadrado de área 64 .....	29
Figura 6. Você sabia? (DANTE,2008, p.56).....	33
Figura 7. Fórmula de Bháskara (DANTE,2088, p.58 ) .....	34
Figura 8. Informações históricas sobre fórmula de Bháskara(DANTE, 2008,p.58) .....	34
Figura 9. Encontrar dois números dados a soma e o produto (DANTE,2008, p.78).....	35
Figura 10. Um pouco de História (BIANCHINI, 1996 ,p.42).....	36
Figura 11. Relações de Girard (BIANCHINI, 1996, p. 51) .....	37
Figura 12. A fórmula de Bháskara (CENTURIÓN, 2003, p.43).....	38

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1. Comparação entre as escritas simbólicas .....	30
---------------------------------------------------------	----

## **LISTA DE SIGLAS**

EEEF	Escola Estadual de Ensino Fundamental
FIP	Faculdades Integradas de Patos
PB	Paraíba
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
UAB	Universidade Aberta do Brasil

## SUMÁRIO

1	MEMORIAL DO ACADÊMICO.....	14
2	INTRODUÇÃO .....	16
2.1	Apresentação do Tema .....	17
2.2	Problemática e Justificativa.....	18
2.3	Objetivos .....	19
2.3.1	Objetivo Geral:.....	19
2.3.2	Objetivos Específicos:.....	19
2.4	Considerações Metodológicas.....	19
3	REFLEXÃO TEÓRICA SOBRE O TEMA .....	20
3.1	A História da Matemática como metodologia de Ensino .....	20
3.2	PCN: abordagem do conteúdo Equação do 2º grau.....	21
3.3	Polya: teoria da resolução de problema.....	22
3.4	Resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau .....	23
3.5	Tratamento das equações do 2º grau convencional .....	24
3.5.1	A fórmula de Bháskara.....	25
3.5.2	Completamento dos quadrados .....	26
3.6	Desenvolvimento Histórico da Equação do 2º Grau .....	27
4	ANÁLISE DA ABORDAGEM HISTÓRICA DA EQUAÇÃO DE 2º GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS .....	32
4.1	Dante: “Tudo é Matemática” .....	32
4.2	Edwaldo Bianchini: “Matemática” .....	36
4.3	Marília Centurión: “Nova Matemática na Medida Certa” .....	37
4.4	Álvaro Andrini: “Praticando Matemática” .....	39
4.5	Giovanni e Castrucci: “A Conquista da Matemática” .....	39
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	40
	REFERÊNCIAS .....	

# **1 MEMORIAL DO ACADÊMICO**

Sou José de Caldas Lemos Neto, nascido em 06 de dezembro de 1962, na cidade de São José de Caiana - Paraíba. Com seis anos de idade vim morar na cidade de Itaporanga, onde iniciei minha vida estudantil e onde moro até hoje.

Tive uma infância difícil, pois perdi meu pai com sete anos de idade e fui criado apenas por minha mãe, mulher semianalfabeta, mas de muitos conhecimentos, que me incentivou ao estudo.

Na primeira fase do Ensino Fundamental estudei em escolas públicas, concluindo essa fase nas Escolas Reunidas Santo Antônio, hoje EEEF professora Terezinha Gomes da Silva.

A segunda fase do Ensino Fundamental estudei no Colégio Diocesano Dom João da Mata, um dos melhores colégios aqui da cidade, pois o diretor me presenteou com a dispensa da mensalidade, que apesar de ser uma quantia simbólica, eu não tinha condições de pagar.

Cursei o Ensino Médio na Escola Estadual Adalgisa Teódulo da Fonseca, concluindo o curso no ano de 1982.

Prestei vestibular para o curso de Licenciatura em História na Fundação Francisco Mascarenhas, na cidade de Patos - PB, hoje FIP (Faculdades Integradas de Patos), onde fui aprovado. Nesse período eu já trabalhava no Colégio Diocesano Dom João da Mata, convidado pelo diretor para lecionar como professor polivalente e posteriormente passei a ensinar matemática na 5ª e 6ª série.

No final do curso de Licenciatura em História prestei concurso público do estado da Paraíba e fui classificado, sendo admitido para trabalhar na Escola Normal professor Francelino de Alencar Neves com a disciplina de História, mudando depois para Matemática a pedido do diretor, nas series finais do ensino fundamental e séries iniciais do Curso Magistério, antigo Pedagógico.

No ano de 2002 fiz o curso de pós-graduação na FIP, me especializando em Metodologia do Ensino Superior no ano de 2003, curso este que teve a duração de 405 horas-aulas.

Hoje, sinto-me orgulhoso em trabalhar no Colégio Diocesano Dom João da Mata e Escola Normal Professor Francelino de Alencar Neves lecionando Matemática, pois conquistei a confiança dos diretores que ali passaram e em especial dos alunos, fato que me motivou a fazer o curso superior de Licenciatura em Matemática, ofertado pela Universidade Federal da Paraíba – UFPB Virtual pela Universidade Aberta do Brasil – UAB, estando no

momento no 8º período. Foi um período de muitas aprendizagens, conquistas e obstáculos vencidos e tudo isto tem me motivado a seguir em frente, em busca do meu ideal, que é a formação específica na área que atuo e tanto gosto.

## 2 INTRODUÇÃO

A Matemática é a mola que move o mundo, pois suas ramificações estão inseridas em diversas áreas do conhecimento que alavancam o progresso mundial. Esta disciplina está presente principalmente no cotidiano das pessoas, contribuindo para o esclarecimento e oportunizando melhores condições de vida.

Apesar de sua importância, a Matemática amedronta muitos alunos, pois o processo metodológico utilizado aborda esta disciplina de forma isolada, tornando-a insignificante para o aluno, que sentindo-se desmotivado a rejeita. Nesta concepção a Matemática chega até os dias atuais como o “bicho papão” para muitas pessoas, alunos e até professores de outras disciplinas.

Um novo caminho para dar sentido ao estudo da Matemática precisa ser seguido e muitos autores apontam este caminho. Considero a contextualização, a resolução de problemas e o trabalho com a história da Matemática estratégias de fundamental importância para tornar esta disciplina prazerosa e significativa para os educandos.

Ao longo dos anos como educador e durante o período de Estágio Supervisionado, percebi que os alunos apresentaram dificuldades com relação a Equação do 2º grau, pois não a relacionam com o seu cotidiano ou com situações contextualizadas, o que causou grandes prejuízos a aprendizagem.

Diante do exposto, escolhemos como tema desta pesquisa “Uma análise da história das equações do 2º grau nos livros didáticos”, procurando analisar a essência desse conteúdo para trabalhar com uma proposta que dê sentido ao estudo do mesmo, analisando assim sua abordagem nos livros didáticos.

Foi desenvolvido o estudo desta temática com a finalidade de mostrar sua importância, procurando desenvolver o raciocínio de maneira coerente e dedutiva, possibilitando ao educando uma visão crítica do mundo, tornando-o ativo com seu meio social.

Esta pesquisa tem uma perspectiva exploratória e bibliográfica, que foi estruturada da seguinte maneira:

No primeiro capítulo abordamos o Memorial do Acadêmico, através da trajetória escolar, universitária e da experiência como professor.

O segundo capítulo é constituído pela Introdução, onde fazemos uma apresentação do tema, da problemática, da justificativa, dos objetivos propostos e da Metodologia empregada nesta pesquisa.



No terceiro capítulo explicitamos o Referencial Teórico que foi construído a partir de uma revisão literária/bibliográfica junto a autores que abordam a temática: Uma análise histórica da Equações do 2º grau nos livros didáticos, tais como, Guelli (2001); Fragoso (2004); Dante (1991), entre outros e documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais do 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª séries).

No quarto capítulo fizemos uma análise histórica das equações do 2º grau nos livros didáticos e no sexto capítulo expomos as considerações finais, focando-se na concretização desta pesquisa e dos resultados almejados.

## ***2.1 Apresentação do Tema***

De acordo com os PCN (BRASIL, 2001, p.42) a História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática, por problemas vinculados a outras ciências, bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática.

Refletindo sobre o surgimento da Matemática percebemos a importância da resolução de problemas, pois foi através de diversas situações que surgiu a Matemática, trazendo fórmulas e símbolos.

Podemos perceber que a abordagem da problematização nos conteúdos matemáticos por meio da história, faz com que o aluno desenvolva o pensamento criativo e reflexível, possibilitando a aprendizagem de conteúdos de forma significativa para a vida, pois propicia ao aluno pensar sobre a realidade.

Com o passar dos tempos, percebemos que o homem se esqueceu que a resolução de problemas é o ponto de partida da Matemática e isso fez com que ele passasse a dar mais importância às fórmulas, deixando as situações-problema que foram surgindo no dia na vida do homem, para segundo plano. Por conta disso, começaram a surgir as dificuldades na aprendizagem matemática, pois os conteúdos passaram a ser estudados de forma isolada, trazendo muitos prejuízos para os alunos.

Geralmente, as situações-problema trabalhadas com os alunos se restringem a um esquema de cálculo apresentados a turma de forma tradicional, impossibilitando-os de pensarem em outras maneiras para encontrarem a solução. O que ocasionou sérias deficiências nos alunos. Percebemos essa prática no estudo da Equação do 2º grau, que na

maioria das vezes é trabalhada com os alunos apenas com o desenvolvimento de diversos exercícios com fórmulas, fazendo com que o aluno não perceba a importância deste conteúdo.

Pretendemos com a análise de elementos históricos nos livros didáticos sobre o conteúdo “Equações do 2º grau” destacar a importância do desenvolvimento de atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a autoestima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções. Adotando como critérios para este conteúdo sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno.

Percebemos que o objetivo do ensino da Matemática está além de desenvolver o pensamento científico e o raciocínio lógico no educando, pois ele proporciona uma formação que lhe permita conquistar o domínio dos conteúdos dessa área em situações de contextos diversificados, através de diferentes competências matemáticas que são necessárias para o desenvolvimento intelectual dos alunos.

## ***2.2 Problemática e Justificativa***

A escolha do nosso tema de investigação se deu às dificuldades na compreensão deste conteúdo pelos alunos, dificuldades estas que foram constatadas no Estágio Supervisionado e na minha prática como educador, uma vez que os alunos não conseguiam estabelecer uma relação entre esse conteúdo e o cotidiano.

Uma abordagem ampla deste assunto será de grande importância, considerando a atual situação em que se encontram os ensinamentos da matemática e a maneira de como é transmitida em sala de aula as equações do 2º grau se fazendo necessário um trabalho dinâmico e adequado ao ensino deste conteúdo.

Essas inquietações foram o ponto de partida para a escolha deste tema. Portanto, farei a leitura e análise de diversos livros didáticos. Com esse estudo procuramos dar oportunidade aos alunos para que percebam a importância da matemática ao longo da história, no seu cotidiano e no desenvolvimento do seu raciocínio de maneira coerente, ampliando sua visão de mundo.

Dessa forma, a problemática deste trabalho é: *quais as orientações dos livros didáticos para o ensino do conteúdo Equações do 2º grau baseado na metodologia da história na Matemática?*

## **2.3 Objetivos**

### **2.3.1 Objetivo Geral:**

- Investigar os elementos históricos do conteúdo Equações do 2º grau, presentes nos livros didáticos adotados nas escolas públicas do município de Itaporanga;

### **2.3.2 Objetivos Específicos:**

- Conhecer um pouco mais sobre história das Equações do 2º grau;
- Levantar as orientações didáticas dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o conteúdo Equações do 2º grau e na literatura pertinente;
- Identificar em livros didáticos adotados nas escolas públicas de Itaporanga elementos históricos.

## **2.4 Considerações Metodológicas**

A proposta da pesquisa é investigar como os livros didáticos adotados na rede municipal de Itaporanga abordam a parte histórica do conteúdo Equações do 2º grau e de que forma se distanciam desta proposta.

Quanto aos seus objetivos a pesquisa tem uma perspectiva Exploratória e quanto à coleta de dados, temos uma pesquisa Bibliográfica.

Segundo João Pedro da Ponte (2002) a investigação sobre a própria prática, pode ajudar os professores a se tornarem autênticos protagonistas do processo educacional na medida em que participam da construção dos conhecimentos do trabalho docente.

Na opinião de Gil (1994, p.71) “a principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente”.

Dessa forma, foram analisados cinco livros sendo três versões atualizadas como é o caso dos livros “Tudo é Matemática” do autor Roberto Dante, “Matemática” da autoria de Edwaldo Bianchini e de Marília Centurión, o livro “Nova Matemática na Medida Certa”. Ainda, em versões mais antigas, o livro “Praticando Matemática” de Álvaro Andrini e dos autores Giovanni e Castrucci, o livro “A Conquista da Matemática”.

### 3 REFLEXÃO TEÓRICA SOBRE O TEMA

#### 3.1 *A História da Matemática como metodologia de Ensino*

Atualmente o ensino da Matemática conta com diversas metodologias de ensino para facilitar e estimular a aprendizagem dos alunos e cabe ao professor escolher a que melhor se adeque ao conteúdo abordado. Dentre as metodologias de ensino temos a História da Matemática, que se bem trabalhada pode fornecer os contextos aos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p.42) a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Os PCN também nos mostram que os conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo, por isso, é tão importante trabalhar com esse recurso de ensino que é a história da Matemática.

A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. Ao verificar o alto nível de abstração matemática de algumas culturas antigas, o aluno poderá compreender que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. (BRASIL, 1998, p.42)

Em muitos conteúdos, o recurso à História da Matemática pode orientar os alunos, ajudando-o a compreender melhor o conteúdo, o porquê do seu surgimento e onde ele poderá ser usado e dessa forma irá contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os conhecimentos adquiridos.

Os PCN também nos alerta que, “[...]essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados. (BRASIL, 1998, p.43)

### **3.2 PCN: abordagem do conteúdo Equação do 2º grau**

O conteúdo Equação do 2º grau é abordado nos PCN no bloco Números e Operações, e as orientações deste documento é que o professor procure apresentá-lo através de situações-problema, proporcionando ao aluno uma melhor compreensão.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.84) é fundamental “[...] a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da ‘sintaxe’ (regras para resolução) de uma equação”

Então, percebemos que, quando conseguimos adentrar nas situações-problema, inserindo as incógnitas e aplicando os nossos conhecimentos por meio das regras, teremos um resultado mais satisfatório e significativo, pois as fórmulas passarão a ter sentido nas situações.

Os PCN trazem o seguinte conceito e procedimento para a Equação do 2º grau:

Resolução de situações-problema que podem ser desenvolvidas por uma equação de segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta. (BRASIL, 1998, p.88)

Este procedimento apresentado pelos PCN melhor consolida a resolução de problemas como o meio para abordagem da Equação do 2º grau, desde que sejam propostas discussões entre os resultados encontrados e o problema proposto, pois é importante que o aluno seja estimulado a pensar, a refletir sobre o que está fazendo e não apenas executar de forma mecânica uma situação, visto que assim o conteúdo perderá o sentido para o aluno.

Os PCN (BRASIL, 1998, p.116) também afirmam que é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as ‘manipulações’ com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. “É importante que os alunos percebam que as equações facilitam muito as resoluções de problemas difíceis”. (BRASIL, 1998, P.121)

Quando os alunos descobrem o objetivo das equações, acaba acontecendo uma transformação na visão dos alunos, pois o que antes era visto como fórmulas e cálculos imensos passam a ser vistos como estratégias para se conseguir chegar a um propósito. Dessa forma, o aluno passa a desenvolver o gosto pelos conteúdos matemáticos, pois percebem sua importância.

### ***3.3 Polya: teoria da resolução de problema***

Polya ao lançar o tão famoso e esplêndido livro: “A arte de resolver problemas”, abriu as portas para a didática da resolução de problemas, que é de suma importância para a aprendizagem matemática. Neste livro, o autor apresenta a heurística que é o método desenvolvido por ele para resolução de problemas. Polya (1995) propôs as seguintes etapas a serem seguidas ao se resolver problemas:

1. Compreensão do problema;
2. Elaboração de um plano;
3. Execução do plano;
4. Verificação da solução encontrada.

As etapas de Polya podem ser aplicadas a todos os conteúdos e cada etapa é suporte para a etapa seguinte. Na primeira etapa é preciso compreender o problema, para isso é necessário estimular o aluno a fazer perguntas para que ele consiga fazer uma interpretação do que se deseja.

Na segunda etapa o aluno irá construir uma estratégia de resolução, portanto ele precisa buscar conexões entre os dados e o que é solicitado, é importante que nesta etapa o aluno pense em situações parecidas, isso facilitará na elaboração de um plano de resolução.

Na terceira etapa o aluno irá executar a estratégia que escolheu, ou seja, ele irá executar o plano que ele construiu na etapa anterior. Nesta etapa o aluno deve ter critérios para verificar cada passo realizado.

Na quarta etapa o aluno fará a revisão da solução, ou seja, uma retrospectiva de tudo que foi realizado, fazendo com que ele verifique os procedimentos utilizados, buscando formas mais simples de resolver o mesmo problema. Nesta etapa também é preciso que seja feito uma reflexão de todo o processo realizado, com a finalidade de encontrar a essência do problema e do método empregado para resolvê-lo, pois assim acontecerá a aprendizagem significativa.

Seguindo estas etapas conseguiremos resolver os problemas, compreendendo-o, dando sentido e enriquecendo assim os conhecimentos, por meio da valorização e importância dos conteúdos para a vida.

### ***3.4 Resolução de problemas no ensino de equação do 2º grau***

Quando trabalhamos com resolução de problema, precisamos confiar na capacidade dos alunos e encorajá-los. Segundo Marília Centurión (2003) alunos motivados são capazes de raciocínios maravilhosos e surpreendentes.

Devemos incentivar os alunos e orientá-los no processo de resolução das situações problema e procurar compreender os caminhos do seu raciocínio.

É preciso trabalhar as equações do 2º grau através da resolução de problemas, dando significado a este conteúdo e as ideias dos alunos.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p.84) ao se proporem situações-problema bastante diversificadas, o aluno poderá reconhecer diferentes funções da Álgebra.

Diante dessa afirmação percebemos a finalidade de inserir as Equações do 2º grau em situações problema, pois dessa forma os alunos ampliam seus conhecimentos, através das diversas funções que são abordadas.

Segundo Dante (1991), “é possível, por meio da resolução de problemas, desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela”.

Dante nos desperta para uma visão mais ampla referente ao objetivo de trabalhar com situações problema, em que podemos identificar nos alunos as mudanças na sua aprendizagem, se aplicarmos diariamente situações problema. Os alunos precisam estar habituados para inserir os conteúdos matemáticos nas situações do cotidiano.

O conteúdo da equação do 2º grau é visto por muitos alunos e professores, apenas como um exercício de treinamento de fórmulas, pois geralmente ele é trabalhado fora de um contexto. Os alunos acabam não conseguindo relacionar problemas do dia a dia com este conteúdo, por isso, devemos buscar diversos problemas que são resolvidos pela Equação do 2º grau, para que os alunos se familiarizem.

Os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam que o fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via de ação refletida que constrói conhecimentos.

### ***3.5 Tratamento das equações do 2º grau convencional***

Convencionalmente trabalham-se as equações de 2º grau aplicando exercícios de forma mecânica. A maioria dos livros didáticos dá ênfase mais às fórmulas, a questões em que o aluno vai exercitá-las e as situações problema são apresentadas com menos intensidade, apenas no final do capítulo.

Sendo abordados desta forma, os alunos se deparam muitas vezes perguntando, para que este conteúdo? Em que ele será útil na minha vida? Perguntas que muitas vezes ficam sem respostas, porque o professor não buscou aprofundar-se mais na história do conteúdo e na sua utilização na vida.

De acordo com os PCN (BRASIL,1998,p.116) isso faz com que os professores procurem aumentar ainda mais o tempo dedicado a este assunto, propondo em suas aulas, na maioria das vezes, apenas a repetição mecânica de mais exercícios. Essa solução, além de ser ineficiente, provoca grave prejuízo no trabalho com outros temas da Matemática.

Os livros didáticos e os professores começam aplicando equações simples, que se estendem por muitas aulas. Depois eles vão aumentando os graus de dificuldades dessas equações, com o objetivo de fazer com que o aluno aprenda, apenas depois de muitos exercícios, eles aplicam alguns problemas, mas procuram não se estender muito, pois acreditam que os alunos não são capazes de acompanhar. Diante dessa postura do professor, o aluno acaba se prejudicando, pois não consegue adquirir o hábito de aplicar o conteúdo em situações problema, conseguindo assimilar apenas a fórmula sem associá-la a um contexto.

De acordo com Toledo e Toledo (1997), os problemas de matemática muitas vezes são trabalhados de forma desmotivadora, apenas como um conjunto de exercícios acadêmicos. Trabalhados desta forma, os problemas e as equações passam a ter pouco significado para o aluno. Quando a Matemática é vista desta forma, ela passa a ser transmitida de forma tradicional, logo os conteúdos como as equações passam a ser repassada apenas no seu processo de algoritmos, pois acredita-se que sua utilização é importante apenas para os especialistas.

Essa abordagem precisa mudar, temos que dar sentido aos conteúdos, para que os alunos se encantem, com tantas fórmulas mágicas que foram criadas para resolvermos diversos problemas no nosso dia a dia.

Esta pesquisa procura estabelecer o levantamento histórico como foco para o melhor desenvolvimento da Matemática, pois segundo Van de Walle (2009, p. 139) “ as situações do mundo real podem ser utilizadas para estabelecer a necessidade de muitos tópicos de álgebra”.



### 3.5.1 A fórmula de Bháskara

Segundo Marcos Noé (Brasil Escola, 2009), a Equação do 2º grau possui inúmeras aplicações no cotidiano e sua forma de resolução está atribuída ao indiano Bhaskara, mas, aproximadamente, por volta do ano de 2000 a.C. os babilônios utilizavam outra técnica na resolução dessas equações. Apenas a forma resolutiva de Bhaskara é ensinada na maioria das escolas, em razão da praticidade de trabalhar somente com o valor dos coeficientes. Mas é de extrema importância que o professor assuma a responsabilidade de trabalhar com os alunos a resolução através do complemento de quadrados.

Nos livros didáticos encontra-se a seguinte dedução para a fórmula de Bháskara, segundo Bianchini (1996, p.42), Dante (2008, p.58) e Bianchini (2006, 112).

Consideramos a equação  $ax^2 + bx + c = 0$ , com  $a, b$  e  $c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ . Dividindo todos os termos da equação pelo coeficiente  $a$ , pois  $a \neq 0$ . Assim teremos:

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$
$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

Em seguida usando o princípio aditivo, vamos adicionar o termo  $-\frac{c}{a}$  aos dois membros da equação,  $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} - \frac{c}{a} = 0 - \frac{c}{a}$  efetuando a adição teremos:  $x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$

Para que o primeiro membro se torne um trinômio quadrado perfeito, devemos dividir o termo de incógnita  $x$  por 2 (termo médio) e elevar o resultado ao quadrado:

$$\left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

Em seguida vamos adicioná-lo ao primeiro membro da equação, fazendo o mesmo com o segundo membro, a fim de obter uma equação equivalente (princípio aditivo):

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Calculando o M.M.C do segundo membro, obtemos:  $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ .

A expressão  $b^2 - 4ac$  (que é um número real) é usualmente representada pela letra grega  $\Delta$  (delta), chamada **discriminante** da equação, substituindo  $\Delta$  na equação, teremos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{\Delta}{4a^2}$$

Fatorando o primeiro membro dessa equação, através do trinômio quadrado perfeito, temos:

$$\left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

Extraindo a raiz quadrada do segundo membro  $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$ . Passando o termo  $\frac{b}{2a}$  para o segundo membro da equação  $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$ .

Reduzindo o segundo membro da equação à um só denominador chegamos a fórmula resolutiva:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

### 3.5.2 Completamento dos quadrados

Em alguns livros didáticos como Bianchini (2006, p.109) e Dante (2008, p.56), as raízes de uma equações do 2º grau podem ser encontradas usando o método do “Completamento do quadrado” e é apresentado da seguinte forma:

**1º passo:** A equação deverá ser multiplicada pelo quádruplo do coeficiente do termo elevado ao quadrado. Veja o coeficiente é igual a 1, portanto o seu quádruplo é dado por 4

$$4(x^2 + 6x) = 7 \cdot 4$$

$$4x^2 + 24x = 28$$

**2º passo:** Somar aos membros da equação o quadrado do número que representa o coeficiente de x na equação original, nesse caso o número é 6. Temos que o quadrado do número 6 é 36, então vamos somar o resultado a equação:

$$4x^2 + 24x + 36 = 28 + 36$$

$$4x^2 + 24x + 36 = 64$$

**3º passo:** Vamos fatorar a equação. Veja:  $4x^2 + 24x + 36 = 64$  é o mesmo que  $(2x + 6)^2$ . Então  $(2x + 6)^2 = 64$ . Concluindo a resolução temos que  $S = \{1, -7\}$ :

$$2x + 6 = \pm \sqrt{64} \quad \text{e} \quad 2x + 6 = -8$$

$$2x + 6 = \pm 8$$

$$2x = -8 - 6$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = -14$$

$$2x = 8 - 6$$

$$x = -7$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

### 3.6 *Desenvolvimento Histórico da Equação do 2º Grau*

Uma abordagem histórica da Equação do 2º grau segundo Fragoso (1999) diz que os alunos têm grande curiosidade sobre o desenvolvimento histórico nos temas de matemática estudados e muitas vezes, os estudantes ficam esperando por esse esclarecimento num curso mais avançado. Os cursos se sucedem e sua curiosidade nem sempre é satisfeita.

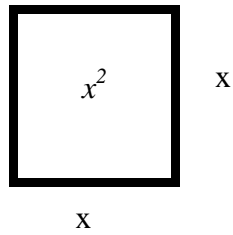
Nesse estudo considera-se também importante o uso da história da equação do 2º grau para que se contextualize a necessidade desses conhecimentos e de que se explicita a trajetória que eles percorreram.

Textos babilônios, escritos cerca de 4.000 anos, já faziam referência à resolução de problemas do 2º grau. Um dos problemas mais comuns desses escritos era o que tratava da determinação de dois números, quando conhecido a soma e o produto deles. A resolução desses problemas era estritamente geométrica: consideravam o produto dos dois números como a área e a soma como o semiperímetro de um retângulo. As medidas dos lados do retângulo correspondiam aos números dados, que eram sempre naturais.

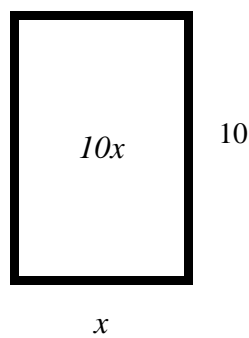
Esse tratamento geométrico dados nos problemas do 2º grau era longo e cansativo, o que levou os gregos – e posteriormente os árabes – a buscarem um procedimento mais metódico para resolver tais problemas.

No século IX, Al-Khowarizmi, um sábio mulçumano descobriu um brilhante método para comprovar geometricamente as raízes de uma equação do 2º grau, que deu início a chamada álgebra geométrica. Veja como funciona o seu método com a seguinte equação:  $x^2 + 10x = 39$  (OLIVEIRA, 2009).

Primeiro, ele desenha o quadrado cuja área representa o termo  $x^2$  (Figura 1). O termo  $10x$  é interpretado como a área de um retângulo de lados 10 e  $x$  (Figura 2).

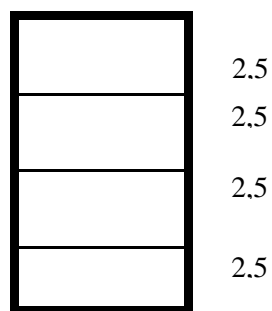


**Figura 1.** Quadrado de área  $x^2$   
**Fonte:** Portal do professor (MEC)



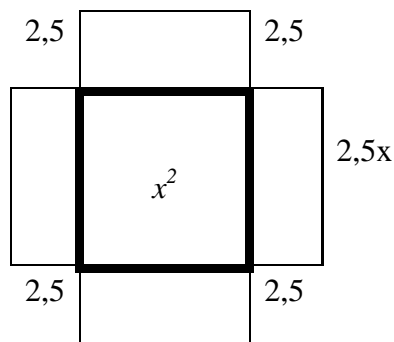
**Figura 2.** Retângulo de lados 10 e  $x$   
**Fonte:** Portal do professor (MEC)

AL-Khowarizmi dividiu esse retângulo em quatro retângulos de áreas iguais.



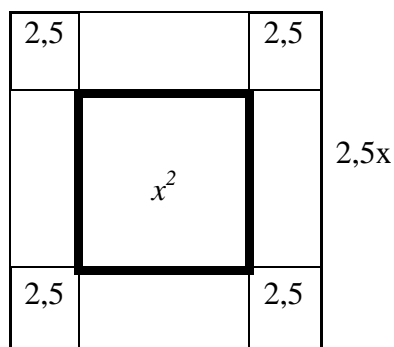
**Figura 3.** Retângulo dividido em partes iguais  
**Fonte:** Portal do professor (MEC)

Em seguida aplicou cada um desses quatro retângulos sobre os lados do quadrado de área  $x^2$  obtendo a figura 4 a seguir:



**Figura 4.** União do quadrado com os retângulos  
**Fonte:** Portal do professor (MEC)

A área da figura formada é igual a  $x^2 + 4 \cdot 2,5x = x^2 + 10x$ . Como  $x^2 + 10x = 39$ , a área dessa figura é 39. Em seguida, Al-khowarizmi completou o quadrado:



**Figura 5.** Quadrado de área 64  
**Fonte:** Portal do professor (MEC)

A área deste quadrado é igual a:  $39 + 4 \cdot (2,5)^2 = 64$ . Portanto, o lado do quadrado é 8 e assim  $2,5 + x + 2,5 = 8$ , resultando em  $x = 3$ , o famoso sábio mostrou que 3 é uma raiz da equação:  $x^2 + 10x = 39$

No século XII o Frances François Viète (1540-1603) conhecido como o pai da álgebra passou a representar a palavra mais pela letra  $\bar{p}$  e a palavra menos pela letra  $\bar{m}$ . As equações, portanto, passaram a ser expressas por meio de alguns símbolos, algumas palavras abreviadas e as outras palavras escritas por extenso.

$$x + 9 = 12$$

A  $\bar{p}$  9 é igual a 12

$$x^2 - 2x = 0$$

A área  $\bar{m}$  A2 é igual a 0

Os matemáticos daquela época foram buscar, com os comerciantes do Renascimento dois sinais ainda desconhecidos na matemática para substituir as letras  $\bar{p}$  e  $\bar{m}$  nas equações de Viète:  $\bar{p}$  passou a ser representado por (+) e  $\bar{m}$  por (-). A partir daí estes sinais + e - entraram definitivamente para a matemática.

Mais tarde baseado nos estudos feito por grandes matemáticos da antiguidade Viète expressou pela primeira vez as Equações do 2º grau pela fórmula geral: (GUELLI, 2001):

$$B \text{ in } A \text{ área} + C \text{ in } A + D \text{ é igual a } 0$$

Anos depois o matemático inglês, Thomas Harriot (1560-1621), introduziu o sinal de igualdade: (=), e adotou uma nova notação para as potências das incógnitas, A área  $\rightarrow AA$ , ficando a fórmula da Equação do 2º grau expressa da seguinte maneira:  $B \text{ in } AA + C \text{ in } A + D = 0$

A passagem a álgebra simbólica iniciada por Viète, foi completada pelo Francês René Descartes (1596-1650), que encontrou um modo bem prático para expressar os símbolos criados por Viète, veja:

- Começou a usar o expoente 2 para expressar a área
- Substitui in pelo sinal (x), depois (.)
- Passou a representar as incógnitas de uma equação pelas últimas letras do alfabeto: ... x, y, z e os coeficientes literais das incógnitas pelas primeiras letras: a, b, c ...

Ficando a Equação do 2º grau expressa da seguinte maneira:  $x^2 \cdot a + b \cdot x + c = 0$ .

Veja o quadro comparativo com os símbolos criados por Viète que foram sendo aperfeiçoados ao longo do tempo:

**Quadro 1.** Comparação entre as escritas simbólicas

Viète	Harriot	Descartes
A área é igual a 50	$AA = 50$	$x^2 = 50$
A área $\bar{m}$ A2 é igual a 0	$AA - A2 = 0$	$x^2 - x \cdot 2 = 0$
A área $\bar{m}$ A5 $\bar{p}$ 6 é igual a 0	$AA - A5 + 6 = 0$	$x^2 - x \cdot 5 + 6 = 0$
A área $\bar{m}$ A2 $\bar{p}$ 1 é igual a 0	$AA - A2 + 1 = 0$	$x^2 - x \cdot 2 + 1 = 0$
B in A área + C in A + D é igual a 0	$B \text{ in } AA + C \text{ in } A + D = 0$	$x^2 \cdot A + B \cdot x + c = 0$

Fonte: Adaptado de Guelli, 1992

A partir do momento em que François Viète expressou uma Equação do 2º grau por meio da fórmula geral:  $B \text{ in } A \text{ área} + C \text{ in } A + D \text{ é igual a } 0$

Os matemáticos, rapidamente, foram descobrindo muitas propriedades das Equações. Não foi o único povo, nem uma única pessoa, que inventou a fórmula da Equação do 2º grau. Trabalhando essas propriedades, matemáticos de várias regiões do Velho Mundo, quase que simultaneamente, acabaram deduzindo uma fórmula única, que tornou possível a resolução de qualquer Equação do 2º grau.

## 4 ANÁLISE DA ABORDAGEM HISTÓRICA DA EQUAÇÃO DE 2º GRAU NOS LIVROS DIDÁTICOS

Apresentaremos neste capítulo uma análise de livros didáticos do 9º ano que abordam o conteúdo Equação do 2º grau, procurando verificar a proposta histórica deste conteúdo. Dessa forma acreditamos que é possível analisar quais são as orientações dos livros didáticos para que a proposta histórica seja trabalhada em sala de aula.

Um levantamento sobre qual o livro adotado nas escolas da rede pública de Itaporanga mostrou que o livro “Tudo é Matemática” do autor Roberto Dante da editora Ática é a referência para os professores. Mas também os livros “Matemática” da autoria de Edwaldo Bianchini, de Álvaro Andrini o livro “Praticando Matemática”, dos autores Giovanni e Castrucci, o livro “A Conquista da Matemática” e de Marília Centurión, o livro “Nova Matemática na Medida Certa”.

### 4.1 Dante: “*Tudo é Matemática*”

No livro “Tudo é Matemática” que teve sua segunda edição em 2008, o autor Dante apresenta alguns fatos históricos sobre a Equação do 2º grau para que o aluno conheça o surgimento desse conteúdo. Logo no início do capítulo, depois de introduzir a resolução de equações do 2º grau completas, Dante lança uma pergunta: “Você sabia... no século IX, o famoso matemático árabe Al-Khwarizmi usou um interessante método de completar quadrados para resolver esse tipo de equação?” (Figura 1) (DANTE, 2008, p.56).

Dando continuidade, o autor apresenta o método exemplificando para o caso da equação  $x^2 + 6x - 7 = 0$  e utiliza a ideia geométrica de completar quadrados por meio da noção de área. Dessa forma chega à solução da equação apresentando as raízes  $x = -7$  e  $x = 1$  (Figura 6).

Continuando a análise do livro, Dante propõe alguns exercícios contendo equações do 2º grau e resolução de problemas usando o método de completar quadrados apresentado na página seguinte.



**Você sabia que...** ... no século IX, o famoso matemático árabe Al-Khwarizmi usou um interessante método de "completar quadrado" para resolver esse tipo de equação?

Veja a resolução da equação  $x^2 + 6x - 7 = 0$ :

$$x^2 + 6x - 7 = 0 \rightarrow x^2 + 6x = +7 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = +7 + 9$$

quadrado de  $x$        $2 \cdot x \cdot 3$       quadrado de 3

$x^2 + 6x - 7$  não é trinômio quadrado perfeito. Para obter um trinômio quadrado perfeito foi somado 9 a  $x^2 + 6x$ . Para manter a igualdade foi somado 9 também a  $+7$ .

Observe a interpretação geométrica desse "completamento de quadrado":

Observe que falta algo para completar o quadrado.

Completamos o quadrado juntando 9 regiões quadradas de área 1 e encontramos um quadrado perfeito.

Com o "completamento do quadrado" podemos resolver a equação inicial. Veja o procedimento todo:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x - 7 &= 0 \\ x^2 + 6x &= 7 \\ x^2 + 6x + 9 &= 7 + 9 \\ (x + 3)^2 &= 16 \\ x + 3 &= \pm\sqrt{16} \\ x + 3 &= \pm 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x + 3 &= 4 & \text{ou} & x + 3 = -4 \\ x &= 4 - 3 & & x = -4 - 3 \\ x &= 1 & & x = -7 \end{aligned}$$

Logo, as raízes da equação  $x^2 + 6x - 7 = 0$  são  $x' = -7$  e  $x'' = 1$ .

O valor de  $x + 3$  na interpretação geométrica deve ser positivo, mas a partir dela devemos também considerar o valor negativo.

**Figura 6.** Você sabia? (DANTE,2008, p.56)

Ele faz uma relação entre o fato histórico e o método por meio da resolução de uma equação. Isso faz com que o aluno não só aprenda este método, mas conheça o seu surgimento.

Dante também propõe aos professores que apresentem a história da fórmula de Bháskara, mostrando aos alunos que apesar de Bháskara ter sido um dos importantes

matemáticos do século XII, em sua época ainda não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso só veio a ocorrer com François Viète, matemático francês que viveu de 1540 a 1603. (Figuras 7 e 8).

### A fórmula de resolução de uma equação do 2º grau: uma grande descoberta

Generalizando a idéia de completamento de quadrado, podemos chegar a uma fórmula para resolver equações do 2º grau.

Consideremos a equação genérica do 2º grau de coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , com  $a \neq 0$ :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dividindo ambos os membros por  $a$ , temos:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Em seguida, completamos o quadrado do primeiro membro somando  $\frac{b^2}{4a^2}$  a ambos os membros:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

quadrado de  $x$ 
 $\frac{b^2}{4a^2}$ 
quadrado de  $\frac{b}{2a}$

Fatorando o trinômio quadrado perfeito, obtemos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraindo a raiz quadrada:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Finalmente, escrevemos a fórmula:

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Como usamos a equação do 2º grau na forma geral, a fórmula que é chamada de fórmula de Bháskara vale para qualquer equação do 2º grau. Ela permite calcular o valor de  $x$  utilizando os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Podemos indicar o valor da expressão  $b^2 - 4ac$  pela letra grega  $\Delta$  (delta). Assim,  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Substituindo na fórmula da resolução de equações do 2º grau, obtemos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

**33** Considere a equação  $x^2 - x - 6 = 0$ .

a) Identifique os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  dessa equação.  $a = 1$ ,  $b = -1$  e  $c = -6$ .

b) Calcule o valor de  $\Delta = b^2 - 4ac$ .  
 $25 \quad (\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25)$

c) Determine o valor de  $x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .  
 $3 \quad (x' = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3)$

d) Calcule o valor de  $x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ .  
 $-2 \quad (x'' = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = \frac{1 - 5}{2} = -2)$

e) Quais são as raízes da equação  $x^2 - x - 6 = 0$ ?  
 $x' = 3$  e  $x'' = -2$

f) Faça a verificação para constatar se realmente as raízes que você encontrou estão corretas. Sim

(Para  $x = 3$ :  $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow 3^2 - 3 - 6 = 0 \Rightarrow 9 - 3 - 6 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ .  
 Para  $x = -2$ :  $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (-2)^2 - (-2) - 6 = 0 \Rightarrow 4 + 2 - 6 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ .  
 Sim,  $x' = 3$  e  $x'' = -2$  são realmente as raízes da equação  $x^2 - x - 6 = 0$ .)




58

Figura 7. Fórmula de Bháskara (DANTE,2088, p.58 )

Desde 1960 costuma se dar, no Brasil, o nome de Bháskara à fórmula de resolução da equação do 2º grau, embora não seja adequado. Bháskara nasceu na Índia em 1114 e viveu até cerca de 1185. Apesar de ter sido um dos importantes matemáticos do século XII, em sua época ainda não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso só veio a ocorrer com François Viète, matemático francês que viveu de 1540 a 1603.

Figura 8. Informações históricas sobre fórmula de Bháskara(DANTE, 2008,p.58)

Dante conclui o conteúdo mostrando outra parte da história para que os alunos leiam e reflitam. Ele nos mostra que antes de François Viète era usada uma receita dos babilônios que ensinava como proceder em exemplos concretos (com coeficientes numéricos). Como não existia uma fórmula para encontrar os coeficientes numéricos os babilônios utilizavam o seguinte método: eleve ao quadrado a metade da soma, subtraia o produto e extraia a raiz quadrada da diferença. Some ao quadrado a metade da soma, com isso encontraremos o maior dos números procurados. Para obter o outro número, subtraia-o da soma. Dessa forma, os alunos são motivados a procurar dois números conhecidos a soma e o produto que os levará a resolver a equação do 2º grau  $x^2 - sx + p = 0$ , onde “s” é a soma e “p” é o produto das raízes. (Figura 9).






Para ler, pensar e divertir-se

Ler

“Problemas que recaem numa equação do 2º grau estão entre os mais antigos da Matemática. Em textos cuneiformes, escritos pelos babilônios há quase quatro mil anos, encontramos, por exemplo, a questão em que se procura descobrir dois números conhecendo sua soma **s** e seu produto **p**.

Em termos geométricos, esse problema pede que se determinem os lados de uma região retangular conhecendo o semiperímetro **s** e a área **p**.

$\ell$   
  
 $c$

$$\begin{cases} s = c + \ell \\ p = c \cdot \ell \end{cases}$$

Os números procurados são as raízes da equação do 2º grau  $x^2 - sx + p = 0$ .

Achar as raízes da equação  $x^2 - sx + p = 0$  é também um conhecimento milenar. Note-se que, até o fim do século XVI, não se usava uma fórmula para os valores das raízes, simplesmente porque não se representavam por letras os coeficientes de uma equação. Isso começou a ser feito depois de François Viète, matemático francês que viveu de 1540 a 1603. Antes disso, usava-se uma receita que ensinava como proceder em exemplos concretos (com coeficientes numéricos).

A regra para achar dois números cuja soma e cujo produto são dados era assim enunciada pelos babilônios: ‘Eleve ao quadrado a metade da soma, subtraia o produto e extraia a raiz quadrada da diferença. Some ao resultado a metade da soma. Isso dará o maior dos números procurados. Subtraia-o da soma para obter o outro número’. Na notação atual, essa regra fornece as raízes

$$x = \frac{s}{2} + \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - p} \text{ e } s - x = \frac{s}{2} - \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 - p} \text{ para a equação } x^2 - sx + p = 0.$$

A Matemática do Ensino Médio. Elon Lages Lima e outros. Rio de Janeiro, SBM, 1997. (Coleção do Professor de Matemática.)

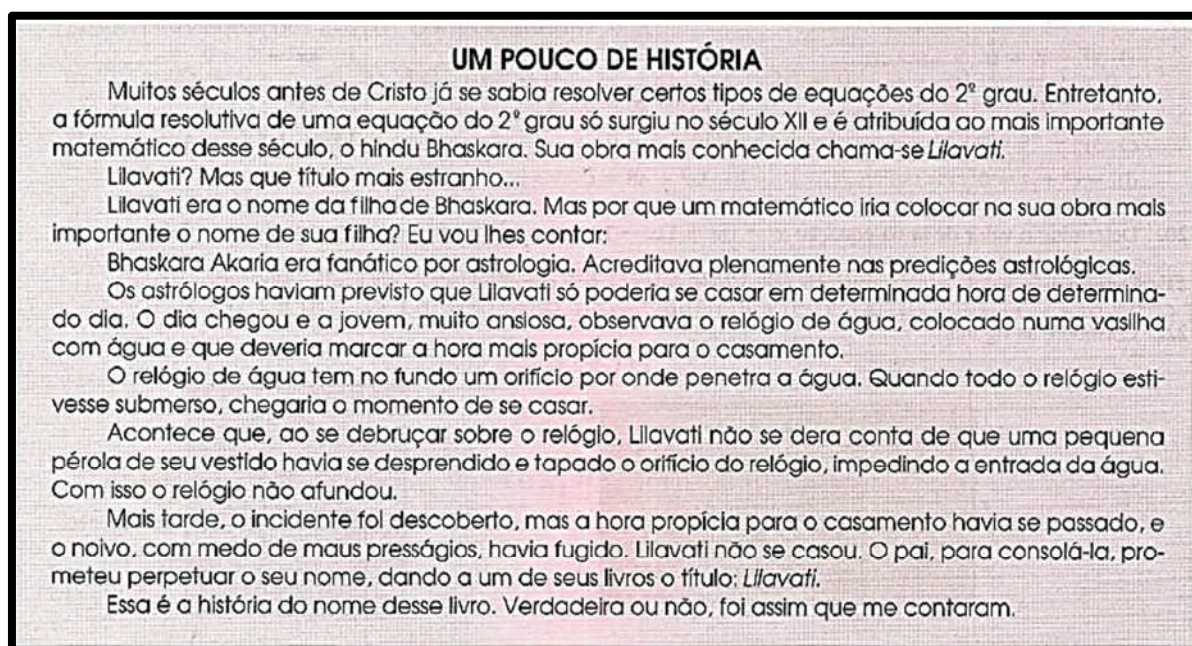
**Figura 9.** Encontrar dois números dados a soma e o produto (DANTE,2008, p.78)

Podemos perceber que este livro traz algumas passagens históricas de forma sucinta, em que os alunos vão conhecendo aos poucos o surgimento da Equação do 2º grau. Mas observamos que não é proposto nenhum problema usando a história, são expostos apenas exercícios normais, neste caso ele só faz um breve relato da história.



## 4.2 Edwaldo Bianchini: “Matemática”

Neste livro, o autor inicia ao conteúdo equação do 2º grau apresentando o conceito, em seguida as raízes de uma equação e a resolução das equações incompletas, depois ele apresenta o texto “Um pouco de história” (BIANCHINI, 1996, p.42) em que conta o surgimento da fórmula resolutiva de uma Equação do 2º grau e fala um pouco sobre a obra mais conhecida de Bháskara “Lilavati” explicando a escolha desse título através de uma lenda (Figura 10)



**Figura 10.** Um pouco de História (BIANCHINI, 1996, p.42)

Em seguida, é apresentada a dedução da fórmula de Bháskara e são apresentados exercícios sem recorrer ao recurso da história.

Ao introduzir os problemas sobre o discriminante de uma Equação do 2º grau, o autor apresenta livro de Albert Girard “Inventor Nouvelle em Algèbre”, no qual demonstra as relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação, admitindo a existência das raízes negativas (BIANCHINI, 1996, p. 51)

A parte histórica da Equação do 2º grau é apresentada por este autor para que os alunos a conheçam e se familiarizem com ela. Logo em seguida são propostos problemas para serem encontrados a soma e o produto de acordo com as relações de Girard (Figura 11)

## 7. RELAÇÕES DE GIRARD

No início do século XVII houve grande interesse em toda a Europa Ocidental pelos estudos matemáticos. Muitas pesquisas foram feitas no sentido de dar soluções às diversas equações e a estabelecer relações entre os seus coeficientes e suas raízes. Acontece, porém, que esses estudos eram limitados pelo fato de os matemáticos da época não aceitarem a existência de raízes negativas.

No ano de 1629, o belga Albert Girard (1590-1633) escreveu um livro que tinha por título *Invention nouvelle en algèbre*. Nesse livro ele demonstra as relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação, admitindo a existência das raízes negativas.

Vamos estudar essas relações para uma equação do 2º grau.

Considere a equação do 2º grau  $ax^2 + bx + c = 0$ . Sejam  $x_1$  e  $x_2$  suas raízes. Vamos estabelecer as relações de Girard entre essas raízes e os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da equação.

Sabemos que:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

**1ª relação:** Soma das raízes.

Indicando por  $S$  a soma das raízes de uma equação do 2º grau, provemos que  $S = \frac{-b}{a}$ .

De fato:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

Então:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ ou } S = \frac{-b}{a}$$

**2ª relação:** Produto das raízes.

Indicando por  $P$  o produto das raízes de uma equação do 2º grau, provemos que  $P = \frac{c}{a}$ .

De fato:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left( \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \cdot \left( \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \\ &= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \end{aligned}$$

Então:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{ ou } P = \frac{c}{a}$$

Figura 11. Relações de Girard (BIANCHINI, 1996, p. 51)

### 4.3 Marília Centurión: “Nova Matemática na Medida Certa”

Este livro foi lançado em 2003 e traz o conteúdo Equação do 2º grau dentro de uma situação-problema que não é histórica, veja: “Eu deveria dividir 4,5 por um certo número  $x$ , mas mim distraí e, em vez da divisão, fiz a subtração. Ao fazer os cálculos, encontrei, no entanto, o mesmo resultado de antes. Foi muita coincidência: isso só acontece para dois valores de  $x$ . Vamos descobrir quais são?” (CENTURIÓN, 2003, p. 36)

Este livro também relata a história de Bháskara de forma ilustrativa e mostra que o método da resolução da Equação do 2º grau já era aplicado por Al-Khowarizmi. Fazendo com

que os alunos percebam que não foi Bháskara quem criou essa fórmula. Em seguida a autora apresenta a resolução de algumas equações do 2º grau usando o trinômio quadrado perfeito. (Figura 12)

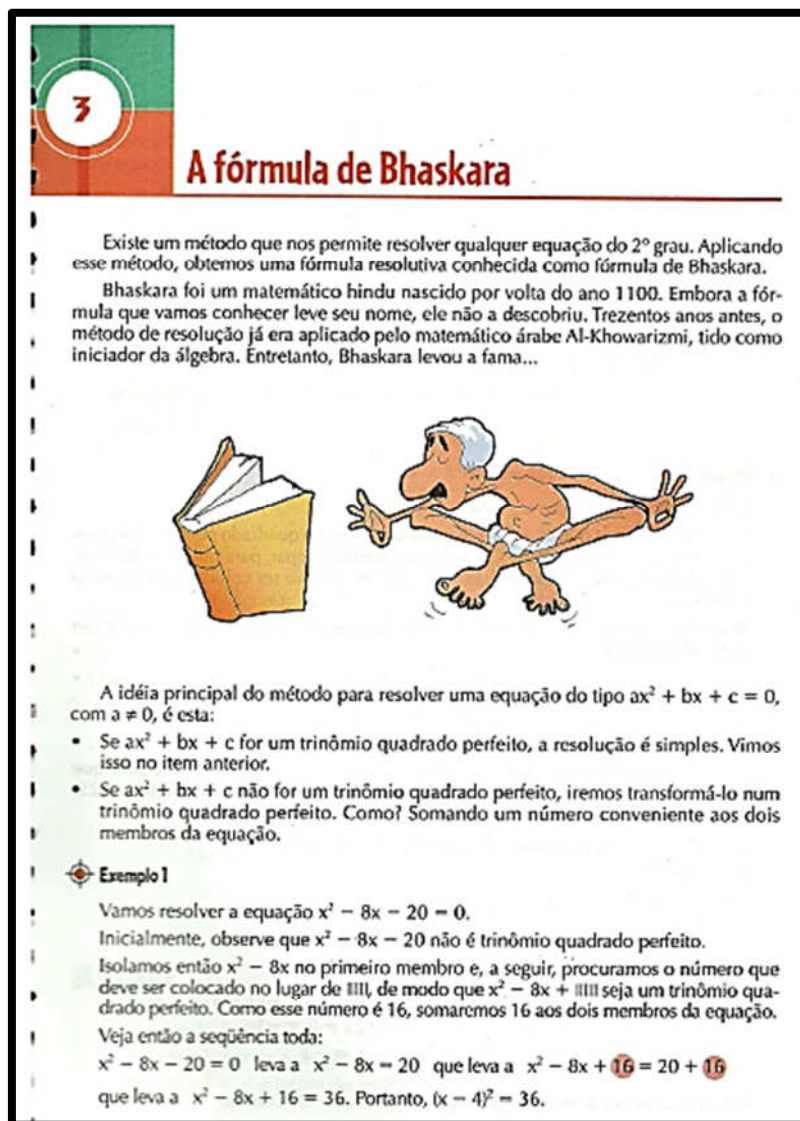


Figura 12. A fórmula de Bháskara (CENTURIÓN, 2003, p.43)

Nesse livro os alunos têm a oportunidade de compreender a Equação do 2º grau de forma significativa, pois são levados a uma viagem ao passado, para conhecer a história da Equação do 2º grau.

#### **4.4 Álvaro Andrini: “Praticando Matemática”**

No livro “Praticando Matemática”, publicado em 1989, o autor não trabalha com a história da Equação do 2º grau, ele aborda os conceitos e as fórmulas trazendo muitas listas de exercícios. Essa obra não permite ao aluno conhecer o surgimento da Equação do 2º grau, distanciando os alunos de uma visão mais ampla e de uma melhor abordagem e compreensão, pois os alunos aprendem a calcular, mas não conseguem aplicar este conteúdo no seu cotidiano.

#### **4.5 Giovanni e Castrucci: “A Conquista da Matemática”**

Este livro não traz uma abordagem histórica do conteúdo Equação do 2º grau, o mesmo foi publicado em 1985, por ser um livro antigo os conteúdos eram abordados focalizando as fórmulas e os conceitos. Apesar de ser antigo e não trazer uma proposta baseada nos PCN, ele ainda é muito utilizado por professores, que se prendem ao método de ensino tradicionalista.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando que nas proposições apresentadas nas obras aqui analisadas, foi possível perceber que em resposta as questões relacionadas à educação matemática, é preciso uma consciência entre os professores, na necessidade de informações com relação à nova metodologia do ensino de matemática, na qual se perceba que o aluno não é o único responsável pelo fracasso do ensino.

O professor de matemática precisa mudar a maneira de verificar a aprendizagem dos alunos sobre o tema Equações do 2º grau.

A abordagem da temática “Uma análise da história das Equações do 2º grau nos livros didáticos”, foi de grande importância considerando a atual situação em que se encontram o ensino da matemática e a maneira como é transmitido em sala de aula esse conteúdo, fazendo-se necessário um trabalho dinâmico e adequado.

O estudo aqui desenvolvido oferece ao aluno a possibilidade de conhecer a história da Equação do 2º grau, não se limitando apenas a conhecida fórmula resolutive.

Segundo Valdés (2002) “O valor do conhecimento histórico não consiste em ter uma bateria de histórias e anedotas curiosas para entreter os alunos, a história pode e deve ser utilizada, para entender e fazer compreender uma idéia mais difícil e complexa de modo mais adequado.”

A respeito das contribuições que o estudo nos proporcionou percebemos que foi gratificante assim como a experiência de estágio que possibilitou um crescimento enorme no sentido de podermos vivenciar a realização de uma proposta de ensino construtiva e vê que a matemática não é apenas uma memorização de regras e equações, mas também uma realidade para a vida cotidiana dos educadores e da sociedade.

As escolas públicas do município de Itaporanga adotaram no corrente ano o livro “Tudo é Matemática” do autor Dante (Editora Ática). O referido livro introduz o conteúdo Equação do 2º grau envolvendo situações com polígonos convexos. Podemos perceber que a abordagem do conteúdo exposta pelo autor traz o tema em estudo de forma contextualizada através da exposição de uma situação problema envolvendo polígonos convexos, fugindo então das tradicionais exposições de fórmulas e conceitos.

Embora as escolas tenham adotado o livro com essas metodologias, os professores optam pela utilização de livros mais antigos, como “Praticando Matemática” de Álvaro Andrini e o livro “A Conquista da Matemática” de José Ruy Giovanni e Benedito Castrucci, que abordam os conteúdos de maneira tradicional. Esses livros abordam o conteúdo Equação



do 2º grau apresentando primeiro a definição e a fórmula de maneira isolada, fora de um contexto. Depois eles apresentam várias listas de exercícios apenas com fórmulas, por último é que são trabalhadas as situações problemas, vale ressaltar que essas situações são apresentadas apenas em outro capítulo.

Constatamos assim, que é preciso uma conscientização dos professores da importância da problematização no estudo das Equações do 2º grau, para que eles possam aproveitar os livros que são adotados pelas escolas, facilitando a compreensão e importância deste conteúdo para os alunos.

Procura mostrar aos professores que “ao priorizar a construção do conhecimento pelo fazer e pensar do aluno, o papel do professor é mais o de facilitador, orientador, estimulador e incentivador da aprendizagem. Cabe ao professor desenvolver a autonomia do aluno, instigando-o a refletir, investigar e descobrir, criando na sala de aula uma atmosfera de busca e camaradagem, onde o diálogo e a troca de idéias seja uma constante, quer entre professor e aluno, quer entre os alunos”. (DANTE, 2005, p.17)

No livro Tudo é Matemática o autor motiva os professores a trabalhar com diversas metodologias e recursos materiais e tecnológicos, para enriquecer a aprendizagem matemática, cabe a nós professores analisarmos estas propostas a fim de conseguirmos modificar o ensino e torná-lo mais significativo.

Analisando as propostas de trabalhar a Equação de 2º grau por meio da análise histórica, entendemos que o professor deve procurar desenvolver na sala de aula novas metodologias para proporcionar a meus alunos uma nova aprendizagem, modificando também minha visão e meus conhecimentos sobre este conteúdo. Busque trabalhar inicialmente mostrando para os alunos como surgiu a Equação de 2º grau, através dos problemas que foram surgindo naquela época e necessitava desta equação para solucioná-lo.

Apresente problemas simples para que os alunos possam se habituar a esta nova proposta, pois isso fortalecerá sua autoconfiança para resolverem problemas mais complexos. Durante este processo, que o professor busque valorizar as estratégias utilizadas pelos alunos e não apenas o resultado encontrado, transformando seus erros em novos saberes.

Mostre aos poucos as etapas desenvolvidas por Polya, para que os alunos as pratiquem e percebam sua importância, pois logo eles estarão conseguindo resolver os problemas sem muitas dores de cabeça.

A cada problema apresentado aos alunos, que o professor proponha uma discussão e orientação para que eles consigam compreendê-los e traçar a melhor estratégia. Além de problemas já formulados, que o professor estimule a criação de novas situações envolvendo o

cotidiano, pois assim os alunos conseguirão estabelecer a relação entre os conteúdos e o cotidiano.

Ainda, que o professor trabalhe também com recursos tecnológicos, o computador e o data show, mostrando a história do conteúdo por meio de um vídeo e de slides, para que o aluno perceba porque foi criado o conteúdo.

É possível ainda que o professor aplique atividades relacionando os conteúdos com outras áreas do conhecimento, ou seja, de forma interdisciplinar e contextualizada, pois agora percebo que estas metodologias são importantes para a aprendizagem dos alunos e valorização dos conhecimentos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- ANDRINI, Álvaro. *Praticando Matemática: 8ª série*/Álvaro Andrini. – São Paulo: Editora do Brasil, 1989.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática: 8ª série*/Edwaldo Bianchini – 4.ed. rev. e ampl. – São Paulo: Moderna, 1996.
- BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*/Edwaldo Bianchini – 6. Ed. – São Paulo: Moderna, 2006.
- BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros curriculares nacionais 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª séries) – Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros curriculares nacionais 1º e 2º ciclos (1ª a 4ª séries) – Brasília: MEC/SEF, 2001.
- CENTURION, Marília. **Novo Matemática na medida certa**, 8ª série, Centurión Jakubovic, Lellis. São Paulo: Scipione, 2003.
- DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. – São Paulo: Ática, 1991.
- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática: ensino fundamental**: livro do professor/ Luiz Roberto Dante; São Paulo: Ática, 2005.
- FRAGOSO, Wagner da Cunha. **Equação do 2º grau**: uma abordagem histórica. Rio Grande do Sul: UNIJUÍ, 1999. In: <http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/requacoes.html>. Acesso em: 22/11/2011
- GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994.
- GIOVANNI, José Rui, 1937-A conquista da matemática: teoria, aplicação: 8ª série/José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci. – São Paulo: FTD, 1985.
- GUELLI, Oscar. **Matemática uma aventura do pensamento**. São Paulo: Ática, 2001.
- MEDEIROS, João Bosco. **Redação científica**. São Paulo: Atlas, 1997.
- NOÉ, Marcos. Equipe Brasil Escola. <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/completando-quadrados.htm>. Acesso: 26/11/2011
- POLYA, Georg. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. São Paulo: Hermann, 1995.
- OLIVEIRA, Carlos Alberto Jesus de. Publicado em 25 de fevereiro de 2009, pelo site [Portaldoprofessor.mec.gov.br/fichatecnica.aula.html?aula=1696](http://Portaldoprofessor.mec.gov.br/fichatecnica aula.html?aula=1696). Acesso: 26/11/2011
- PONTE, João Pedro da. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos – Campinas, SP: Autores associados, 2006. – (coleção formação de professores).

SOUSA, Ariana Bezerra de. Universidade Católica de Brasília – DF. Publicado em 2005.

TOLEDO, Marília. **Didática da Matemática**: como dois e dois: a construção da matemática/ Mrília Toledo, Mauro Toledo.\_ São Paulo: FTD, 1997.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula/ John Van de Walle. Porto Alegre: Artmed, 2009.